Un modello monodimensionale di elasticità non locale per la dinamica dei sistemi periodici

N. Impollonia [*], G. Mercieca [**], G. Ricciardi [**], M. Santisi D'Avila [**]

[*] Università di Catania, [**] Università di Messina

Sommario

Lo studio della propagazione di onde in un mezzo viene generalmente condotto utilizzando la teoria classica dell'elasticità lineare, che, non cogliendo gli effetti di scala, è valida per bassi numeri d'onda e non prevede fenomeni di dispersione. Nel caso di sistemi periodici, la dinamica è fortemente influenzata dalla natura discreta del mezzo e per valori del numero d'onda prossimi ai confini della zona di Brillouin i fenomeni di dispersione sono significativi e la teoria classica dell'elasticità lineare risulta inadeguata (Maugin, 1999). Un modello più evoluto è stato proposto da Eringen (1983) basato sulla teoria dell'elasticità non locale, capace di tenere conto anche degli effetti delle forze interatomiche a distanza, rilevabili in molte microstrutture come i nanotubi di carbonio e i fogli di graphene. Tali modelli rappresentano il legame elastico lineare in forma integrale o differenziale, mettendo in relazione la quantità macroscopica (non locale) che descrive lo stato tensionale con quella microscopica (locale). Il più semplice modello proposto da Eringen (1983) introduce un kernel dell'equazione integrale di legame che è funzione di Green dell'equazione di Helmholtz. Questo modello tiene conto del fenomeno di dispersione ma non annulla la velocità di gruppo al confine della zona di Brillouin. Un modello più evoluto è stato recentemente proposto da Lazar et al. (2006) che assume come kernel la funzione di Gauss associata all'equazione bi-Helmholtz, migliorando l'accuratezza della legge di dispersione. Nel presente lavoro si propone un modello di elasticità non locale che impiega come kernel la funzione di Green associata ad un operatore differenziale del tipo:

$$\mathscr{L}_n = (\mathscr{L})^n \qquad \text{con} \qquad \mathscr{L} = 1 - \mu^2 \Delta$$

essendo $\Delta = \partial^2 / \partial x^2$ e $\mathscr{L}$ l'operatore differenziale dell'equazione di Helmholtz. L'accuratezza della legge di dispersione risulta maggiore e si riduce considerevolmente la velocità di gruppo ai confini della zona di Brillouin.

Bibliografia

Maugin, G.A., 1999, *Nonlinear waves in elastic crystals*, University Press, Oxford.

Eringen, A.C., 1983, On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves, *J. Appl. Phys.*, 54, 4703-4710.

Lazar, M., Maugin, G.A., Aifantis, A.C., 2006, On a theory of nonlocal elasticity of bi-Helmholtz type and some applications, *Int. J. Solids & Struct.*, 43, 1404-1421.