

UN APPROCCIO MULTI-SCALA PER LA DETERMINAZIONE DELLE PROPRIETÀ MECCANICHE DI MATERIALI ETEROGENEI A MICRO-STRUTTURA PERIODICA

A. Bacigalupo, L. Gambarotta

DICAT, Università di Genova, Genova. E-mail: andrea.bacigalupo@unige.it, gambarotta@dicat.unige.it

Le metodologie di analisi multi-scala permettono di caratterizzare in modo efficace il comportamento meccanico dei materiali eterogenei basandosi su opportune tecniche di omogeneizzazione (asintotiche [1] e computazionali [2]). Al mezzo eterogeneo, modellato alla micro-scala come un continuo di Cauchy, se ne associa uno omogeneo il cui comportamento alla macro-scala può essere sinteticamente descritto da continui non-locali. È noto che negli approcci computazionali il campo di spostamento locale ottenuto per localizzazione imponendo sulla cella elementare macro-deformazioni di ordine superiore non risulta, in generale, né continuo all'interfaccia di celle elementari adiacenti, né sufficientemente regolare per garantire l'antiperiodicità delle trazioni sul contorno [3].

Nell'intento di risolvere questo problema è elaborata una semplice tecnica di omogeneizzazione non-locale (multipolare ovvero al secondo ordine) che si sviluppa per passi e basata su un'opportuna definizione del *down-scaling* dove una particolare struttura della perturbazione del micro-spostamento, espressa in termini delle macro-deformazioni, è sovrapposta al macro-spostamento. Le funzioni di perturbazione, che dipendono dalle proprietà della microstruttura, sono determinate attraverso la successiva soluzione di problemi di cella. La struttura dello spostamento locale, direttamente riconducibile a quella utilizzata nelle tecniche asintotiche, consente di ottenere nella localizzazione campi di spostamento e tensione opportunamente regolari sul contorno di celle adiacenti e periodici alla micro-scala. Le costanti elastiche del continuo omogeneo equivalente sono determinate attraverso una uguaglianza energetica alle due scale di una porzione rappresentativa di materiale eterogeneo. Nel caso di una omogeneizzazione in un continuo al secondo ordine (ovvero in uno micropolare alla Koiter), lo sviluppo asintotico dell'energia di deformazione alla micro-scala in termini della dimensione caratteristica della cella elementare è arrestato al secondo ordine. In particolare, le costanti elastiche così ottenute sono invarianti ad ogni possibile traslazione della cella elementare fissata e qualora la microstruttura diventi evanescente le lunghezze interne restituite risultano identicamente nulle evidenziando l'assenza di effetti non locali a scala macroscopica. La definizione dell'*up-scaling* è ottenuta attraverso la soluzione di un opportuno problema di minimizzazione approssimando il macro-spostamento e le macro-deformazioni attraverso una forma polinomiale completa di ordine fissato. Una semplificazione a livello computazionale del modello di omogeneizzazione elaborato si ottiene esprimendo direttamente nel *down-scaling* il macro-spostamento come un polinomio di Taylor al secondo ordine e risolvendo i problemi di cella in termini dello spostamento locale [3].

Riferimenti

- [1] V.P. Smyshlyaev, K.D. Cherednichenko, On rigorous derivation of strain gradient effects in the overall behaviour of periodic heterogeneous media, *J. Mechanics and Physics of Solids*, **48**, 1325-1357, 2000.
- [2] Ł. Kaczmarczyk, C. Pearce, N. Bićanić, Scale transition and enforcement of RVE boundary conditions in second-order computational homogenization, *Int. J. Numerical Methods in Engineering*, **74**, 506-522, 2008.
- [3] A. Bacigalupo, L. Gambarotta, Second-order computational homogenization of orthotropic media with periodic microstructures, *ZAMM*, **90**, No. 10-11, 796 – 811, 2010.